MÉTODO DE PSEUDOINVERSA O REGRESIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS

FUNDAMENTOS DE PROGRAMACIÓN Y MÉTODOS NUMÉRICOS

FACULTAD DE INGENIERÍA .UNICEN

SITUACIÓN PROBLEMÁTICA

PROBLEMA 1: Sistema masa-resorte

Nuevamente se realizaron ensayos para calcular las constantes de los dos resortes del sistema masa- resorte previamente estudiado. Las mediciones de las longitudes (mm) y fuerzas (N) se realizaron repetidas veces para poder encontrar el valor de las constantes. Los resultados fueron:

$$\begin{bmatrix} 10,50 & 22,10 \\ 12,86 & 22,49 \\ 12,41 & 29,74 \\ 11,39 & 23,59 \\ 12,59 & 22,53 \\ 10,70 & 20,52 \\ 11,70 & 26,52 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 153,30 \\ 173,68 \\ 176,44 \\ 186,12 \\ 158,57 \\ 164,92 \\ 181,84 \end{bmatrix}$$

Determine los valores de las constantes que mejor se ajustan a los datos obtenidos.

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

¿Cuál es el objetivo?

Determinar los valores de las constantes k1 y k2

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

¿Qué datos hay disponibles, cuáles son los resultados que deseo obtener?

¿de qué datos e información se dispone?

PROCESO

¿Qué se espera como salida?

Mediciones->datos experimentales:

$$\begin{bmatrix} 10,50 & 22,10 \\ 12,86 & 22,49 \\ 12,41 & 29,74 \\ 11,39 & 23,59 \\ 12,59 & 22,53 \\ 10,70 & 20,52 \\ 11,70 & 26,52 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 153,30 \\ 173,68 \\ 176,44 \\ 186,12 \\ 158,57 \\ 164,92 \\ 181,84 \end{bmatrix}$$

Matriz de coeficientes

Vector de incógnitas

Vector de términos independientes

Los valores de las constantes de los resortes: k1 y k2

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

¿De qué tipo de problema se trata?¿cuál es el **proceso**?¿qué método o métodos son posibles de aplicar?

Determinar de que tipo de sistema se trata: se aplica el Teorema de Roche Frobenius: se calcula el rg(MC) y rg(MA)

Estrategia

rg(MC) = rg(MA)=2
SEL compatible determinado

Gauss Seidel o Jacobi

rg(MC) ≠ rg(MA)
SEL incompatible

Método de pseudoinversa o de mínimos cuadrados

ANÁLISIS DEL PROBLEMA

¿De qué tipo de problema se trata?¿cuál es el **proceso**?¿qué método o métodos son posibles de aplicar?

Determinar de que tipo de sistema se trata: se aplica el Teorema de Roche Frobenius: se calcula el rg(MC) y rg(MA)

Estrategia

rg(MC) = rg(MA)=2
SEL compatible determinado

Gauss Seidel o Jacobi

rg(MC) ≠ rg(MA)
SEL incompatible

Método de pseudoinversa o de mínimos cuadrados

rg(MC)= 2 ≠ rg(MA)=3

-→La resolución matemática de este problema involucra resolver un sistema de **ecuaciones lineales Incompatible** para poder conocer los valores de k1 y k2 -→ Método de pseudoinversa o de mínimos

DISEÑO DE LA SOLUCION

Y aplicamos el método para obtener $X' = (A^T * A)^{-1} * A^T * B$

$$\begin{bmatrix} 10,50 & 22,10 \\ 12,86 & 22,49 \\ 12,41 & 29,74 \\ 11,39 & 23,59 \\ 12,59 & 22,53 \\ 10,70 & 20,52 \\ 11,70 & 26,52 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 153,30 \\ 173,68 \\ 176,44 \\ 186,12 \\ 158,57 \\ 164,92 \\ 181,84 \end{bmatrix}$$

$$\underset{A}{} \qquad \underset{X}{} \qquad \underset{B}{}$$

A * X = B

PROCESO:

$A^T =$

10,5	12,86	12,41	11,39	12,59	10,7	11,7
22,1	22,49	29,74	23,59	22,53	20,52	26,52

$A^T * A =$

969,2579	1972,5356
1972,5356	4067,1475

$(A^T * A)^{-1} =$

0,07940832	-0,03851243
-0,03851243	0,01892411

$A^T * B =$

14041,2703
28711,0269

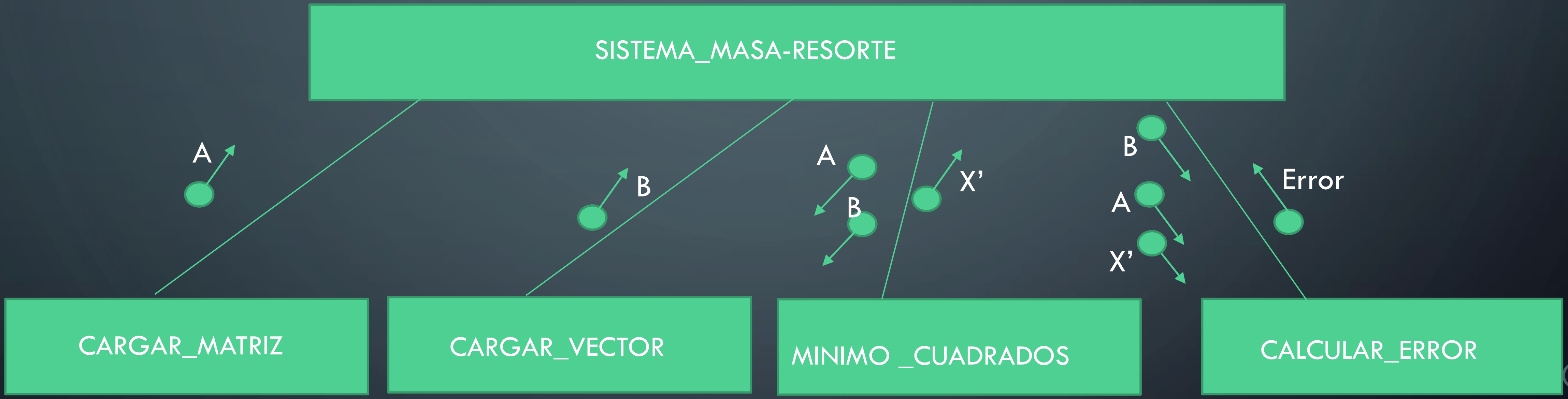
$X' = (A^T * A)^{-1} * A^T * B =$

9,26223829	→ $k1$
2,5671388	→ $k2$

Error = ||B - A.X'|| → 32,975974

DISEÑO DE LA SOLUCION

DIAGRAMA DE ESTRUCTURA



DISEÑO DE LA SOLUCION

ALGORITMOS

ALGORITMO SISTEMA MASA-RESORTE
A= CARGAR_MATRIZ
B= CARGAR_VECTOR

X’ = MINIMO_CUADRADOS(A, B)
Error =CALCULAR_ERROR(A,B,X’)

Mostrar(“Los valores de k1 y k2 son:” X’[0],X’[1])

Fin_ALGORITMO

ALGORITMO CALCULAR_ERROR(B,A,X’)
AX’ = multiplicar(A,X’)

Para cada elemento de B en la posición i
B[i]=B[i] - AX’[i]

Bsuma=0
Para cada elemento de B en la posición i
Bsuma=Bsuma+(B[i])^2

Devolver(Bsuma)
fin_ALGORITMO

ALGORITMO MINIMO_CUADRADOS(A, B)
AT = transpose(A)
ATA = multiplicar(AT,A)
I = invertir(ATA)
ATB = multiplicar(AT, B)
X = multiplicar(I,ATB)
Devolver(X)
fin_ALGORITMO

IMPLEMENTACIÓN DE LA SOLUCION

RECUERDEN QUE:

Para las operaciones entre matrices:

```
import numpy as np

def MINIMO_CUADRADOS(A, B):
    AT = np.transpose(A)
    ATA = np.dot(AT,A)
    I = np.linalg.inv(ATA)
    ATB = np.dot(AT, B)
    X = np.dot(I,ATB)
    Return X
```

RESULTADOS CONTEXTUALIZADOS

Los valores aproximados de las constantes son k1 = 9,26 N/mm y k2 = 2,57 N/mm

Error =32.975974